MODEL 1- BAC MATEMATICĂ MATE-INFO

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

WWW.MATEINFO.RO

Prof: Nicolaescu Nicolae

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	fof=2-3(2-3x)= -4+9x fof este crescătoare (9>0)	3p 2p
2.	$2^x+2^{1-x}=3 \Rightarrow 2^x+\frac{2}{2^x}=3$ Notăm $2^x=y>0$ Ecuaţia devine $y^2-3y+2=0$ cu soluţiile $y_1=2,\ y_2=1$ $2^x=2 \Rightarrow x_1=1$ şi $2^x=1 \Rightarrow x_2=0$	1p 2p 2p
3.	$C_6^1=C_6^5=\frac{6!}{5!1!}=6,\ C_6^2=C_6^4=\frac{6!}{4!2!}=15,\ C_6^3=\frac{6!}{3!3!}=20$ $P=\frac{nr.cazuri\ favorabile}{nr.cazuri\ posibile}=\frac{3}{5}$	3p 2p
4.	$\lvert z\rvert=2 \Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}=2 \Rightarrow a^2+b^2=4$ Ecuaţia $a^2+b^2=4$ are în $Z\times Z$ soluţiile $(2,0),(-2,0),(0,2),(0,-2)$	2p 3p
	$m_{BC}=\frac{-2-6}{5-0}=\frac{-8}{5}$	1p

5.	$m_{BC}\cdot m_h=-1\Rightarrow m_h=\frac{5}{8}$ Ecuaţia înălţimii $y-3=\frac{5}{8}(x+1)\Rightarrow 5x-8y+29=0$	2p 2p
6.	$\sin x=\pm\sqrt{1-\left(\frac{3}{7}\right)^2}=\pm\frac{2\sqrt{10}}{7}$ Deoarece $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \sin x>0$ $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\frac{2\sqrt{10}}{7}\cdot\frac{3}{7}=\frac{12\sqrt{10}}{49}$	2p 1p 2p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\det A=\begin{vmatrix} a^2 & b & c \\ a & b^2 & c \\ a & b & c^2 \end{vmatrix}=abc(abc+2-a-b-c)$ $abc+2-a-b-c=0$ admite, de exemplu, ca soluţie $a=b=c=1$	2 p 3 p
b)	Sistemul devine $\begin{cases}4x+y+z=-1\\2x+y+z=-1\\2x+y+z=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}4x+y+z=-1\\2x+y+z=-1\end{cases}$. Minorul principal este $\begin{vmatrix}4 & 1\\2 & 1\end{vmatrix}$ x,y necunoscute principale şi z necunoscută secundară şi notăm $z=\alpha$ Sistemul devine $\begin{cases}4x+y=-1-\alpha\\2x+y=-1-\alpha\end{cases}$ cu soluţia $x=0,\ y=-1-\alpha,\ z=\alpha,\ \alpha\in R$	2 p 1 p 2 p

c)	$x=y=z=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2+b+c=-1 \\ a+b^2+c=-1 \\ a+b+c^2=-1 \end{cases}$ Scăzând din prima ecuaţie pe cea de-a doua obţinem $(a-b)(a+b-1)=0$ I Dacă $a-b=0 \Rightarrow a=b$ .Din a doua ecuaţie $c=-1-a-a^2$ şi înlocuit în a treia ecuaţie $\Rightarrow a^4+2a^3+3a^2+4a+2=0 \Rightarrow (a+1)^2(a^2+2)=0 \Rightarrow a=-1 \Rightarrow a=b=c=-1$ II Dacă $a+b=1 \Rightarrow c^2=-2$ din a treia ecuaţie fals!	1 p 1 p 2 p 1 p
2. a)	$(x*y)*z=\left(1-(1-x)^{\log_2(1-y)}\right)*z=\left\{1-\left[1-\left(1-(1-x)^{\log_2(1-y)}\right)\right]^{\log_2(1-z)}\right\}=1-(1-x)^{\log_2(1-y)\log_2(1-z)}$ $x*(y*z)=x*\left(1-(1-y)^{\log_2(1-z)}\right)=\left\{1-(1-x)^{\log_2\left[1-\left(1-(1-y)^{\log_2(1-z)}\right)\right]}\right\}=1-(1-x)^{\log_2(1-y)^{\log_2(1-z)}}$ = $=1-(1-x)^{\log_2(1-y)\log_2(1-z)}$, deci legea este asociativă	2 p 2 p 1 p
b)	Legea este comutativă deoarece, dacă notăm $A=(1-x)^{\log_2(1-y)}, B=(1-y)^{\log_2(1-x)}$ şi logaritmăm în baza 2 obţinem $\log_2 A=\log_2 B$ şi datorită injectivităţii funcţiei logaritmice $\log_2 A=\log_2 B \Rightarrow A=B \Rightarrow x*y=y*x$ $x*e=x \Rightarrow 1-(1-x)^{\log_2(1-e)}=x \Rightarrow 1-x=(1-x)^{\log_2(1-e)}$ $\Rightarrow (x\neq 1)\log_2(1-e)=1 \Rightarrow e=-1\in(-\infty,1)$	2 p 2 p 1 p
c)	$x*x*x=1-(1-x)^{\log_2^2(1-x)}$ (am aplicat asociativitatea legii) $x*x*x=1-(1-x)^{\log_2^2(1-x)}=x \Rightarrow 1-x=(1-x)^{\log_2^2(1-x)} \Rightarrow \log_2^2(1-x)=1$	1 p 2

	$\log_2(1-x)=\pm 1 \Rightarrow x_1=-1,\ x_2=\frac{1}{2}$	p 2 p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$x^4-4x+3=x^4-x-3x+3=x(x^3-1)-3(x-1)=(x-1)(x^3+x^2+x-3)$ $=(x-1)^2(x^2+2x+3)$ Cazul $\frac{0}{0}$ $\quad \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\frac{f(x)}{(x-1)^3}=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\frac{(x-1)^2(x^2+2x+3)}{(x-1)^3}=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\frac{x^2+2x+3}{x-1}=\frac{6}{-0}=-\infty$	2p 3p
b)	$f'(x)=4x^3-4=4(x-1)(x^2+x+1)$ $\qquad f'(x)=0\Rightarrow x=1$ x: $-\infty$ … 1 … ∞ f'(x): ---------- 0 ++++++++++++++++++++ f(x): ↘ ↘ ↘ ↘ ↘ ↗ ↗ ↗ ↗ ↗ Deci f este descrescătoare pe $(-\infty,1)$	2p 2p 1p
c)	Observăm că m>0 deoarece in caz contrar limita este $+\infty$ $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{f(x)}-(mx^2+n)=5\Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^4-4x+3}-(mx^2+n)=$ $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4-4x+3-m^2x^4-2mnx^2-n^2}{\sqrt{x^4-4x+3}+mx^2+n}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^4(1-m^2)-2mnx^2-4x+3-n^2}{x^2\left(\sqrt{1-\frac{4}{x^3}+\frac{3}{x^4}}+m+\frac{n}{x^2}\right)}$ $1-m^2=0\Rightarrow m=1$	2p 1p 2p

	$\frac{-2n}{2}=5 \Rightarrow n=-5$	
2. a)	Fie $F:R\to R$ o primitivă a funcţiei f. Atunci $F'(x)=f(x)=\ln\left(1+e^x\right)>0$ Atunci f este crescătoare pe R	 3p 2p
b)	Notăm $\begin{matrix} u(x)=1+e^x=t \\ e^x dx=dt \end{matrix}$ Atunci u(0)=2, u(1)=1+e Integrala devine $\int_0^1 \ln\left(1+e^x\right)e^x dx=\int_2^{e+1}\ln t dt=$ $t\ln t\,\Big\|_2^{e+1}-\int_2^{e+1}1dt=(e+1)\ln(e+1)-2\ln 2-t\,\Big\|_2^{e+1}$ Finalizare I= $=(e+1)\ln(e+1)-2\ln 2+1-e$	 2p 2p 1p
c)	Fie F(t) o primitivă a funcţiei f. Atunci $g(x)=F(t)\,\Big\|_0^{\ln x}=F(\ln x)-F(0)$ $g'(x)=F'(\ln x)-0=f(\ln x)\cdot(\ln x)'=\ln\left(1+e^{\ln x}\right)\frac{1}{x}=\frac{\ln(1+x)}{x}$	 2p 3p